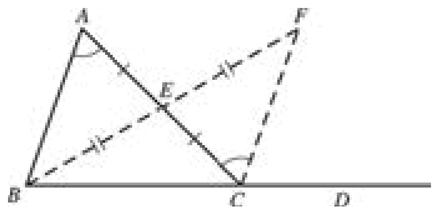
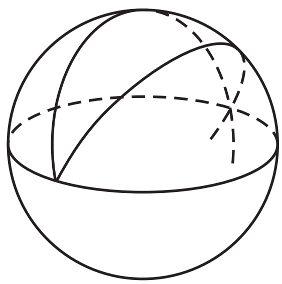
Wynika stąd, że $\angle BAE = \angle FCE$. Ale zgodnie z pojęciem pospolitym 5, całość jest większa od każdej z jej części, więc $\angle DCA > \angle FCE$. Stąd kąt zewnętrzny $\angle DCA$ jest większy od $\angle BAE$, który jest przeciwległym kątem wewnętrznym tego trójkąta.



Podobnie, przedłużając bok AC do punktu G, można pokazać, że $\angle GCB > \angle ABC$. Ponieważ $\angle GCB$ i $\angle DCA$ są kątami wierzchołkowymi (a więc równymi), od razu mamy $\angle DCA$ większy od $\angle ABC$, drugiego przeciwległego kąta wewnętrznego.

■

Pomijając fakt, że trzeba najpierw przyjąć istnienie środków, głównym problemem w tym dowodzie jest założenie Euklidesa z jego rysunku, że jeśli odcinek BE jest przedłużony, to punkt F jest zawsze „wewnątrz” kąta DCA. Na podstawie postulatów, które przyjmuje – w odróżnieniu od rysunku – nie ma nic, co uzasadniałoby ten wniosek. Jeśli narysujemy wykres na zakrzywionej powierzchni kuli, to gdy BE zostanie przedłużony o własną długość do F, punkt F znajdzie się na dalekiej stronie kuli, a BF może być tak długi, że F wypadnie „na zewnątrz” kąta DCA. Zamiast $\angle DCA > \angle FCE$, byłoby odwrotnie.



Podstawowy problem polega na tym, że Euklides, przeprowadzając swój tzw. dowód, przyjął za pewnik, że prosta jest nieskończona. Krytyczny postulat w tym względzie, twierdzenie 2, przyznaje jedynie, że prosta może być przedłużana w sposób ciągły – że jest bez końca lub bez granic – ale niekoniecznie wynika z tego, że prosta jest nieskończona. Na sferze, gdzie rolę prostej pełni koło wielkie (koło, które ma ten sam środek co sfera), linia poprowadzona z danego punktu w końcu do niego wróci. Ponieważ Euklides nie myślał o takiej możliwości, nie miał najwyraźniej żadnych wątpliwości, by postępować na podstawie twierdzenia 2.

Pierwszych 26 twierdzeń *Elementów* to twierdzenia o trójkątach przystających, trójkątach równoramiennych i o budowie prostopadłościanów. Wśród wyników znajduje się również twierdzenie o kącie zewnętrznym oraz fakt, że suma dwóch boków trójkąta jest większa od trzeciego boku. Tematyka ta oparta jest głównie na bardzo starożytnych źródłach. Zmiana charakteru następuje od twierdzenia 27. Euklides wprowadza tu teorię równoległości, nie korzystając jednak z postulatu równoległości.